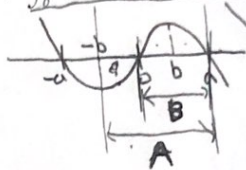


08-16

양수 a 에 대하여 삼차함수 $f(x) = -x(x+a)(x-a)$ 는 $x=b$ 에서 극댓값을 가진다.

$\int_{-b}^a f(x)dx = A$, $\int_b^{a+b} f(x-b)dx = B$ 일 때, $\int_{-b}^a |f(x)|dx$ 의 값을 A, B 를 이용하여 나타내어라.



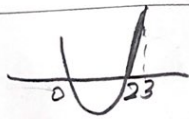
$$\begin{aligned} \int_{-b}^a |f(x)|dx &= \int_{-b}^0 -f(x)dx + \int_0^a f(x)dx \\ &= -\int_{-b}^0 f(x)dx + \int_0^a f(x)dx \\ &= -A + B + B = -A + 2B \end{aligned}$$

08-17

이차함수 $f(x)$ 가 $f(0)=0$ 이고 다음 조건을 만족시킬 때, $f(5)$ 의 값을 구하여라.

(가) $\int_0^2 |f(x)|dx = -\int_0^2 f(x)dx = 4 \rightarrow \int_0^2 f(x)dx = -4$

(나) $\int_2^3 |f(x)|dx = \int_2^3 f(x)dx \rightarrow f(5) = 175 - 30 = 145$



$$\begin{aligned} f(x) &= a(x)(x-3) \\ &= a(x^2-3x) \\ &= ax^2-3ax \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -\int_0^2 (ax^2-3ax)dx &= -\left[\frac{1}{3}ax^3 - \frac{3}{2}ax^2\right]_0^2 \\ &= -\left[\frac{8}{3}a - 6a\right] = 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -\frac{4}{3}a &= -4 \\ a &= 3 \\ \frac{8}{3}a - 6a &= 4 \end{aligned}$$

08-18

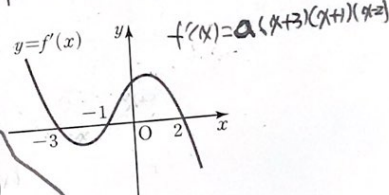
$0 < k < 2$ 일 때, 함수 $f(k) = \int_0^2 |x-k|dx$ 의 최솟값을 구하여라.

$$\begin{aligned} \int_0^k (k-x)dx + \int_k^2 (x-k)dx &= \left[\frac{1}{2}k^2 - \frac{1}{2}x^2\right]_0^k + \left[\frac{1}{2}x^2 - kx\right]_k^2 \\ &= \left[\frac{1}{2}k^2 - \frac{1}{2}k^2\right] + \left[\frac{1}{2}(4) - 2k\right] \\ &= 2 - 2k \end{aligned}$$

challenge

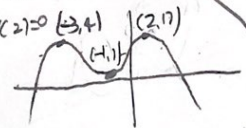
08-19

사차함수 $y=f(x)$ 의 도함수 $y=f'(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같다. $f(-1)=1, f(2)=7, \int_{-3}^2 f'(x)dx=3$ 일 때, 방정식 $f(x)-k=0$ 이 서로 다른 네 실근을 가지도록 하는 모든 정수 k 의 값의 합을 구하여라.



$f(x)-k=0$ 이 서로 다른 네 실근을 가지도록 하는 모든 정수 k 의 값의 합을 구하여라.

$$\begin{aligned} f(-3) &= 0, f(-1) = 0, f(1) = 0, f(2) = 0 \\ f(x) &= 0 \text{ 즉 } x = -3, -1, 1, 2 \end{aligned}$$

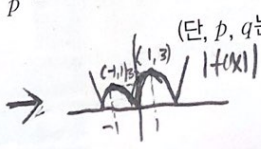
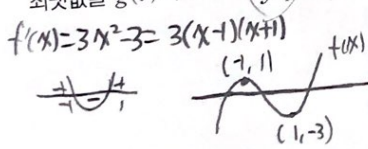


$$\begin{aligned} f(2) - f(-3) &= 7 - 0 = 7 \\ f(1) - f(-1) &= -3 - 1 = -4 \end{aligned}$$

$$-1 < k < 4 \quad k=2, 3$$

08-20

삼차함수 $f(x) = x^3 - 3x - 1$ 이 있다. 실수 $t(t \geq -1)$ 에 대하여 $-1 \leq x \leq t$ 에서 $|f(x)|$ 의 최댓값을 $g(t)$ 라고 하자. $\int_{-1}^1 g(t)dt = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하여라.



$$g(t) = \begin{cases} 1 & (-1 \leq t < 0) \\ -t^3 + 3t + 1 & (0 \leq t \leq 1) \\ t^3 - 3t - 1 & (1 < t \leq 2) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \int_{-1}^1 g(t)dt &= \int_{-1}^0 1dt + \int_0^1 (-t^3 + 3t + 1)dt \\ &= \left[t\right]_{-1}^0 + \left[-\frac{1}{4}t^4 + \frac{3}{2}t^2 + t\right]_0^1 \\ &= 1 + \left[-\frac{1}{4} + \frac{3}{2} + 1\right] = 1 + \frac{9}{4} = \frac{13}{4} \end{aligned}$$