평행이동과 대칭이동

1) 평행이동

① 점의 평행이동 : 점 $(x,\ y)$를 x축의 방향으로 a만큼 y축의 방향으로 b만큼 평행이동 시킨 변환 f는 $f:(x,\ y)->(x+a,\ y+b)$

② 도형의 평행이동 : 방정식 $f(x,y)=0$으로 주어진 도형을 x축의 방향으로 a만큼 y축의 방향으로 b만큼 평행이동 시킨 도형의 방정식은 $f(x-a,\ y-b)=0$

2) 대칭이동

① x축에 관한 대칭이동은 $f:(x,\ y)\rightarrow(x,\ -y)$

② y축에 관한 대칭이동은 $f:(x,\ y)->(-x,\ y)$

③ 원점에 관한 대칭이동은 $f:(x,\ y)\rightarrow(-x,\ -y)$

④ $y=x$에 관한 대칭이동은 $f:(x,\ y)\rightarrow(y,\ x)$

⑤ $y=-x$에 관한 대칭이동은 $f:(x,\ y)\rightarrow(-y,\ -x)$

⑥ $x=a$에 관한 대칭이동은 $f:(x,\ y)\rightarrow(2a-x,\ y)$

⑦ $y=b$에 관한 대칭이동은 $f:(x,\ y)\rightarrow(x,\ 2b-y)$

⑧ 점 $(a,\ b)$에 관한 대칭이동은 $f:(x,\ y)\rightarrow(2a-x,\ 2b-y)$

⑨ $y=x+a$에 관한 대칭이동은 $f:(x,\ y)\rightarrow(y-a,\ x+a)$

⑩ $y=-x+a$에 관한 대칭이동은 $f:(x,\ y)\rightarrow(-y+a,\ -x+a)$

⑪ 직선 $y=ax+b$에 관한 대칭이동은 중점이 직선 위에 있고, 수직임을 이용하여 푼다.

※주의 : 평행이동과 대칭이동은 순서에 민감하므로 순서를 바꾸지 않고 계산한다.

[참고] 절댓값을 포함한 함수의 그래프

(ⅰ) $y=|f(x)|$ 의 그래프 : $y=f(x)$ 의 그래프를 그려서 x축의 아래 부분을 없애고, 없앤 부분을 x축에 대하여 대칭으로 그린다. $\begin{cases} f(x) & (f(x) \geq 0) \\ -f(x) & (f(x) < 0) \end{cases}$ ★특징 : x축 아래부분을 접어 올린다

(ⅱ) $|y| = f(x)$ 의 그래프 : $y=f(x)$ 의 그래프를 그려서 x축의 아래 부분을 없애고, 남은 부분을 x축에 대하여 대칭으로 그린다. $\begin{cases} f(x) & (y \geq 0) \\ -f(x) & (y < 0) \end{cases}$ ★특징 : x축 대칭형태

(ⅲ) $y=f(|x|)$ 의 그래프 : $y=f(x)$ 의 그래프를 그려서 y축의 왼쪽 부분을 없애고, 남은 부분을 y축에 대하여 대칭으로 그린다. $\begin{cases} f(x) & (x \geq 0) \\ -f(x) & (x < 0) \end{cases}$ ★특징 : y축 대칭형태

(ⅳ) $|y| = f(|x|)$ 의 그래프 : $y=f(x)$ 의 그래프를 그려서 $x\geq 0,\ y\geq 0$ 의 부분을 제외한 나머지 부분을 없애고, 남은 부분을 x축 대칭, y축 대칭, 원점 대칭으로 그린다.

★특징 : x, y축, 원점 대칭형태