

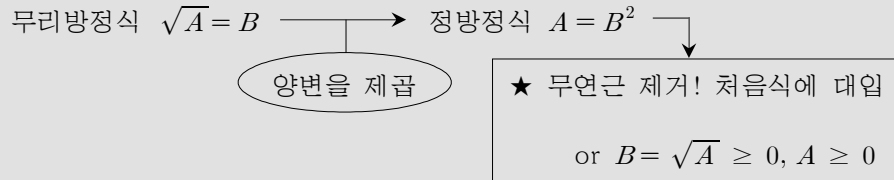


02 무리방정식

핵심개념정리

[1] 무리방정식 : 근호 안에 미지수를 포함하는 방정식 [예] $\sqrt{x+1} + x = 5$

[2] 무리방정식 풀이 :



[3] 공통부분 반복 $\Rightarrow$ 치환 ($\sqrt{A} = t \geq 0$)

[4] 무리식 항이 여러 개일 때 : 적당히 이항하여 무리식 없어질 때까지 양변 제곱

[5] 그래프를 이용한 근의 판별 : 무리방정식 $\sqrt{f(x)} = g(x)$ 의 근

$\Rightarrow$ 두 함수 $y = \sqrt{f(x)}, y = g(x)$ 그래프의 교점의 x 좌표 (단, $f(x) \geq 0, g(x) \geq 0$)



예제 01

무리방정식 $\sqrt{4x+9}-x=1$ 의 해를 구하시오.

[3점] [2013학년도 6월 평가원]

예제 02

무리방정식 $\sqrt{2x^2-6x}=x^2-3x-4$ 의 모든 실근의 곱을 k 라 할 때, k^2 의 값을 구하시오. [3점] [2014학년도 대수능]

예제 03

최고차항의 계수가 1인 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 두 점 $(-4, 0)$, $(0, 0)$ 을 지날 때, 무리방정식 $f(\sqrt{x+1}-x)=f(1)$ 의 모든 실근의 합을 구하시오. [4점] [2015학년도 9월 평가원]

예제 04

두 함수 $f(x) = -x + 2$, $g(x) = \frac{1}{2}(x - 1)$ 에 대하여 무리방정식

$$\sqrt{g(x)} - \sqrt{g(x) - \{f(x)\}^2} = f(x)$$

의 모든 실근의 합을 a 라 하자. $10a$ 의 값을 구하시오.

[4점] [2015학년도 6월 평가원]

예제 05

함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $-2 \leq x \leq 2$ 일 때, $f(x) = 2|x| + 3$ 이다.

(나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) = f(x + 4)$ 이다.

양수 m 에 대하여 무리방정식

$$\sqrt{f(x) - mx} = f(x) - mx - 2$$

를 만족시키는 서로 다른 실근의 개수가 4 이하가 되도록 하는 m 의 최솟값은? [4점] [2014학년도 6월 평가원]

① $\frac{1}{8}$

② $\frac{1}{4}$

③ $\frac{3}{8}$

④ $\frac{1}{2}$

⑤ $\frac{5}{8}$

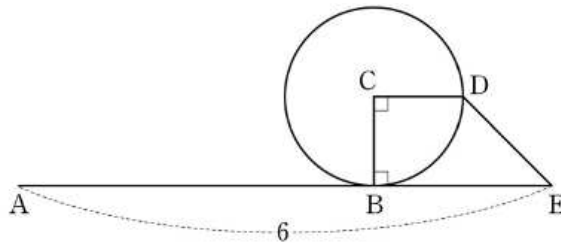
예제 06

n 이 자연수일 때, x 에 대한 무리방정식 $\sqrt{4n+x} + \sqrt{4n-x} = 2n$
이 실수해를 갖도록 하는 모든 n 의 값의 합을 구하시오.

[4점] [2010학년도 6월 평가원]

예제 07

그림은 지점 A, B, C, D, E 를 연결하는 산책로를 나타낸 것이다.
길이가 $6km$ 인 직선 모양의 산책로 AE 와 둘레의 길이가 $2\pi km$ 인
원 모양의 산책로가 B 지점에서 한 번 만난다. 갑과 을은 다음과
같이 A 지점에서 E 지점까지 이동하였다.



갑: 산책로 AB 를 속력 $4km/시$, 원 모양의 산책로 한 바퀴
를 속력 $\pi km/시$, 직선 모양의 산책로 BE 를 속력 $4km/시$
로 이동하였다.
을: 직선 모양의 산책로 AB, BC, CD, DE 를 따라 속력
 $5km/시$ 로 이동하였다.

갑과 을이 동시에 출발하여 갑이 을보다 2시간 늦게 도착하였을 때,
두 지점 A, B 사이의 거리는? (단, C 는 원의 중심이고, 산책로의
폭은 무시한다.) [3점] [2013학년도 9월 평가원]

- ① $\frac{15}{4}km$ ② $4km$ ③ $\frac{17}{4}km$
④ $\frac{9}{2}km$ ⑤ $\frac{19}{4}km$