

수학 영역

제 2 교시

1. 두 다항식 $A=2x^2+3xy$, $B=x^2-2xy$ 에 대하여 $A+B$ 는?

[2점]

- ① x^2+8xy ② x^2-6xy ③ $3x^2+xy$
④ $3x^2+5xy$ ⑤ $4x^2+xy$

2. 두 집합 $A=\{1, 3\}$, $B=\{2, 3, 4\}$ 에 대하여 집합 $A \cup B$ 의 원소의 개수는? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 복소수 $z=1+2i$ 에 대하여 $z \times \bar{z}$ 의 값은?

(단, $i = \sqrt{-1}$ 이고, \bar{z} 는 z 의 켤레복소수이다.) [2점]

- ① -3 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

4. 무리함수 $f(x)=\sqrt{x+k}$ 에 대하여 $f(-1)=2$ 일 때, 상수 k 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

5. 함수 $f(x)=3x+1$ 과 함수 $g(x)$ 에 대하여 $g(f(1))=f(2)$ 일 때, $g(4)$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

6. 다항식 x^3+x^2-2 가 $(x-1)(x^2+ax+b)$ 로 인수분해될 때, 두 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

7. 좌표평면 위의 두 점 $(-1, 2), (2, a)$ 를 지나는 직선이 y 축과 점 $(0, 5)$ 에서 만날 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

8. 실수 x 에 대하여 두 조건 p, q 가

$$p : -3 \leq x < 4$$

$$q : x^2 = k \text{ (} k \text{는 자연수)}$$

이다. p 가 q 이기 위한 필요조건이 되도록 하는 k 의 개수는? [3점]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

9. 연립부등식 $\begin{cases} |x-1| \leq 3 \\ x^2 - 8x + 15 > 0 \end{cases}$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수는?

[3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10. 좌표평면 위의 두 점 $A(2, 0), B(-1, 5)$ 에 대하여 선분 AB 를 1:2로 외분하는 점을 P 라 할 때, 선분 OP 를 3:2로 내분하는 점의 좌표는? (단, O 는 원점이다.) [3점]

- ① (2, -3) ② (2, 2) ③ (3, -3)
④ (3, -2) ⑤ (3, 2)

11. 이차방정식 $x^2 - 2x + 4 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때,

$\frac{\beta^2}{\alpha} + \frac{\alpha^2}{\beta}$ 의 값은? [3점]

- ① -7 ② -4 ③ -1 ④ 2 ⑤ 5

12. 급식 인원이 P (명)인 단체 급식에서 어떤 식재료의

폐기율이 M (%), 1인 기준의 무게인 정미 중량이 N (g)일 때,
주문하는 식재료의 총량인 발주량 H (g)은 다음과 같이 구할 수
있다고 한다.

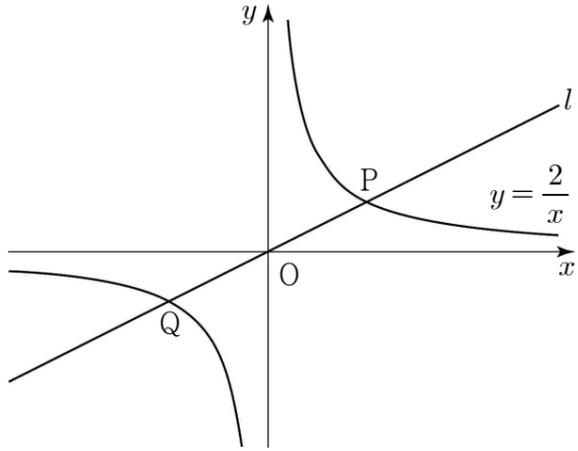
$$H = \frac{N \times 100}{100 - M} \times P$$

급식 인원이 700명인 학교에서 식재료 A의 폐기율이 a (%),
정미 중량이 48(g)일 때, 발주량은 H_A (g)이고,

식재료 B의 폐기율이 $2a$ (%), 정미 중량이 23(g)일 때,
발주량은 H_B (g)이다. $H_A = 2H_B$ 일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

13. 그림과 같이 원점을 지나는 직선 l 과 함수 $y = \frac{2}{x}$ 의 그래프가 두 점 P, Q에서 만난다. 점 P를 지나고 x 축에 수직인 직선과 점 Q를 지나고 y 축에 수직인 직선이 만나는 점을 R라 할 때, 삼각형 PQR의 넓이는? [3점]



- ① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5 ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

14. 최고차항의 계수가 1인 두 이차식 $f(x), g(x)$ 에 대하여

$$(x-1)f(x) = (x-2)g(x)$$

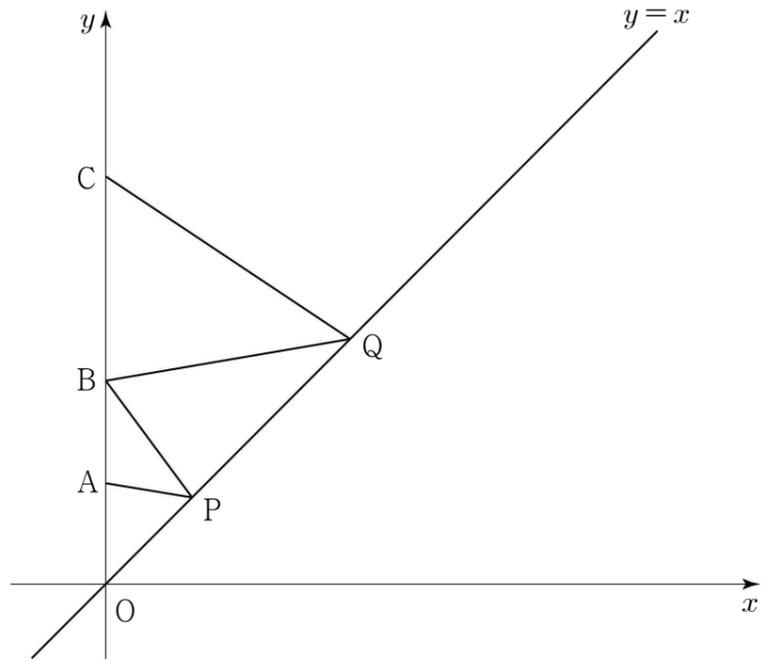
가 항상 성립한다. $f(1) = -2$ 일 때, $g(2)$ 의 값은? [4점]

- ① -3 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

15. 연립부등식 $\begin{cases} y \geq x \\ y \leq -x^2 + 5x \end{cases}$ 를 만족시키는 두 실수 x, y 에 대하여 $3x - y$ 의 최댓값은? [4점]

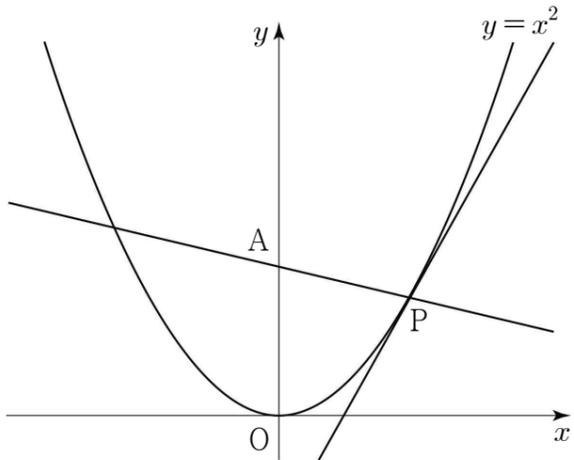
- ① $\frac{13}{2}$ ② 7 ③ $\frac{15}{2}$ ④ 8 ⑤ $\frac{17}{2}$

16. 좌표평면 위에 세 점 $A(0, 1), B(0, 2), C(0, 4)$ 와 직선 $y = x$ 위의 두 점 P, Q 가 있다. $\overline{AP} + \overline{PB} + \overline{BQ} + \overline{QC}$ 의 값이 최소가 되도록 하는 두 점 P, Q 에 대하여 선분 PQ 의 길이는? [4점]



- ① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ ③ $\frac{5\sqrt{2}}{6}$ ④ $\sqrt{2}$ ⑤ $\frac{7\sqrt{2}}{6}$

17. 그림과 같이 곡선 $y = x^2$ 위의 점 $P(a, a^2)$ 에서의 접선의 기울기를 m_1 이라 하고, 점 P와 점 $A(0, 1)$ 을 지나는 직선의 기울기를 m_2 라 하자.
다음은 $m_1 - m_2$ 의 최솟값을 구하는 과정이다. (단, $a > 0$)



곡선 $y = x^2$ 위의 점 $P(a, a^2)$ 에서의 접선의 방정식은 $y = m_1(x - a) + a^2$ 이므로
이차방정식 $x^2 = m_1(x - a) + a^2$ 이 중근을 갖는다.
이차방정식 $x^2 - m_1x + am_1 - a^2 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면 $D = 0$ 이므로
 $m_1 = \boxed{\text{가}}$
직선 $y = m_2(x - a) + a^2$ 이 점 $A(0, 1)$ 을 지나므로
 $m_2 = \boxed{\text{나}}$
따라서 $m_1 - m_2$ 의 최솟값은 $\boxed{\text{다}}$ 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(a)$, $g(a)$ 라 하고 (다)에 알맞은 값을 k 라 할 때, $f(k) \times g(k)$ 의 값은? [4점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

18. 삼차방정식 $x^3 = 1$ 의 한 허근을 ω 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $\bar{\omega}$ 는 ω 의 켈레복소수이다.) [4점]

< 보 기 >

ㄱ. $\bar{\omega}^3 = 1$
 ㄴ. $\frac{1}{\omega} + \left(\frac{1}{\omega}\right)^2 = \frac{1}{\omega} + \left(\frac{1}{\omega}\right)^2$
 ㄷ. $(-\omega - 1)^n = \left(\frac{\bar{\omega}}{\omega + \bar{\omega}}\right)^n$ 을 만족시키는 100 이하의 자연수 n 의 개수는 50이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 좌표평면에서 $3 < a < 7$ 인 실수 a 에 대하여

이차함수 $y = x^2 - 2ax - 20$ 의 그래프 위의 점 P와 직선 $y = 2x - 12a$ 사이의 거리의 최솟값을 $f(a)$ 라 하자. $f(a)$ 의 최댓값은? [4점]

- ① $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ ② $\sqrt{5}$ ③ $\frac{6\sqrt{5}}{5}$ ④ $\frac{7\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{8\sqrt{5}}{5}$

20. 최고차항의 계수가 1인 이차식 $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q_1(x)$ 라 하고, $f(x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q_2(x)$ 라 하면 $Q_1(x)$, $Q_2(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $Q_2(1) = f(2)$
 (나) $Q_1(1) + Q_2(1) = 6$

$f(3)$ 의 값은? [4점]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

21. 좌표평면 위에 원 $C: x^2 + y^2 = r^2$ ($0 < r < 2\sqrt{2}$)와 점 $A(2, 2)$ 가 있다. 점 A 에서 원 C 에 그은 접선 l 이 원 C 와 만나는 접점을 P 라 하고, 점 P 를 지나고 직선 l 과 수직인 직선이 원 C 와 만나는 다른 한 점을 Q 라 하자. 삼각형 APQ 가 이등변삼각형이 되도록 하는 점 P 의 좌표를 (a, b) 라 할 때, $a \times b$ 의 값은? [4점]

- ① $-\frac{18}{25}$ ② $-\frac{16}{25}$ ③ $-\frac{14}{25}$ ④ $-\frac{12}{25}$ ⑤ $-\frac{2}{5}$

단답형

22. 첫째항이 50이고 공차가 -2 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_3 의 값을 구하시오. [3점]

23. 직선 $y = 3x - 5$ 를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 $2a$ 만큼 평행이동한 직선이 직선 $y = 3x - 10$ 과 일치할 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

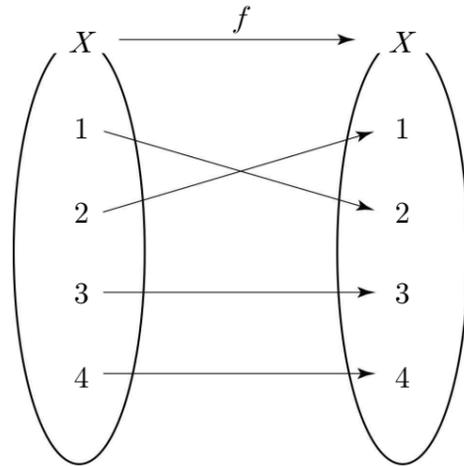
24. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_3 + a_5 = 14$, $a_4 + a_6 = 18$ 일 때,
수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제10항까지의 합을 구하시오. [3점]

25. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 3, 5, 9\}$ 에 대하여

$$(A - B) \cap C = \emptyset, A \cap C = C$$

를 만족시키는 집합 C 의 개수를 구하시오. [3점]

26. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 함수 $f: X \rightarrow X$ 가 그림과 같다.

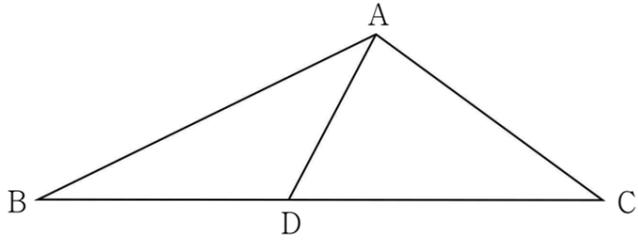


함수 $g: X \rightarrow X$ 의 역함수가 존재하고,

$$g(2) = 3, g^{-1}(1) = 3, (g \circ f)(2) = 2$$

일 때, $g^{-1}(4) + (f \circ g)(2)$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 그림과 같이 삼각형 ABC의 변 BC 위의 점 D에 대하여 $\overline{AD}=6$, $\overline{BD}=8$ 이고, $\angle BAD = \angle BCA$ 이다. $\overline{AC} = \overline{CD} - 1$ 일 때, 삼각형 ABC의 둘레의 길이를 구하시오. [4점]



28. 좌표평면에서 기울기가 $a(0 < a < 3)$ 인 직선 l 과 기울기가 b 인 직선 m 이 원 $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 1$ 의 넓이를 4등분 한다. 직선 l 과 x 축, y 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이를 S_1 , 직선 m 과 x 축, y 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이를 S_2 라 할 때, $S_1 + S_2$ 의 최솟값을 구하시오. [4점]

29. $r > 1$ 인 실수 r 에 대하여 전체집합

$$U = \{ r^k \mid k \text{는 } 102 \text{ 이하의 자연수} \}$$

의 부분집합 A 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $\{ r, r^{31}, r^{100} \} \subset A$
 (나) 집합 A 의 원소들을 작은 수부터 차례대로 배열한 수열은 등비수열이다.
 (다) 전체집합 U 의 모든 원소들의 합은 집합 A 의 모든 원소들의 합의 91배이다.

실수 r 의 값을 구하시오. [4점]

30. 좌표평면 위에 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점을 A 라 하고

점 A 를 원점에 대하여 대칭이동한 점을 B 라 하자.

점 C 의 좌표가 $(0, 10)$ 일 때, 세 점 A, B, C 를 꼭짓점으로 하는 삼각형이 직각삼각형이 되도록 하는 점 A 의 개수를 구하시오.

(단, 점 A 는 y 축 위의 점이 아니다.) [4점]

※ 확인 사항

답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.