

수리 영역 (가 형)

제 2 교시

성명	
----	--

수험번호						3			
------	--	--	--	--	--	---	--	--	--

1

- 자신이 선택한 유형(‘가’형 / ‘나’형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 기입하십시오.
- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호와 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 ‘0’ 이 포함되면 그 ‘0’ 도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

1. $\sqrt[5]{3^2} = \sqrt{9^k}$ 일 때, 상수 k 의 값은? [2점]

- ① $\frac{3}{10}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{1}{2}$
 ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{7}{10}$

2. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2} \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{3} \right)$ 의 값은? [2점]

- ① $-\frac{1}{9}$ ② $-\frac{1}{6}$ ③ $-\frac{1}{4}$
 ④ $-\frac{1}{3}$ ⑤ $-\frac{1}{2}$

3. 한 개의 주사위를 세 번 던져서 나온 눈의 수를 차례로 a, b, c 라 하자. 이 때, 함수 $f(x) = ax^2 + bx - c$ 의 그래프가 점 $(1, 0)$ 을 지나고 꼭짓점의 x 좌표가 -1 이 될 확률은? [2점]

- ① $\frac{1}{216}$ ② $\frac{1}{108}$ ③ $\frac{1}{72}$
 ④ $\frac{1}{54}$ ⑤ $\frac{1}{18}$

4. 두 사건 A, B 가 서로 독립이고 $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ 일 때,

$P(A \cup B) = k - \frac{1}{4}$ 이 되도록 하는 실수 k 의 최솟값은? [4점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{5}{8}$ ③ $\frac{3}{4}$
 ④ $\frac{7}{8}$ ⑤ 1

5. $P_n = 3^{\frac{1}{n(n+1)}}$ 에 대하여 $P_1 \times P_2 \times P_3 \times \dots \times P_{2010} = 3^k$ 일 때,
 상수 k 의 값은? (단, n 은 자연수이다.) [3점]

- ① $\frac{2009}{2010}$ ② $\frac{2010}{2011}$ ③ 1
 ④ $\frac{2011}{2010}$ ⑤ $\frac{2010}{2009}$

6. 0이 아닌 세 실수 a, b, c 가 $\frac{a+b}{4} = \frac{b+c}{7} = \frac{c+a}{9}$ 를 만족시킬 때,

$(2^a \times 2^b)^{\frac{1}{c}}$ 의 값은? [3점]

- ① $\sqrt[4]{2}$ ② $\sqrt[3]{2}$ ③ $\sqrt[3]{4}$
 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

9. 다음 두 조건을 모두 만족시키는 모든 양의 실수 x 의 곱은?
(단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.) [3점]

(가) $[\log x] = [\log 365]$
(나) $\log x^3 - [\log x^3] = \log \frac{1}{x} - \left[\log \frac{1}{x} \right]$

- ① 10^9 ② $10^{\frac{19}{2}}$ ③ 10^{10}
④ $10^{\frac{21}{2}}$ ⑤ 10^{11}

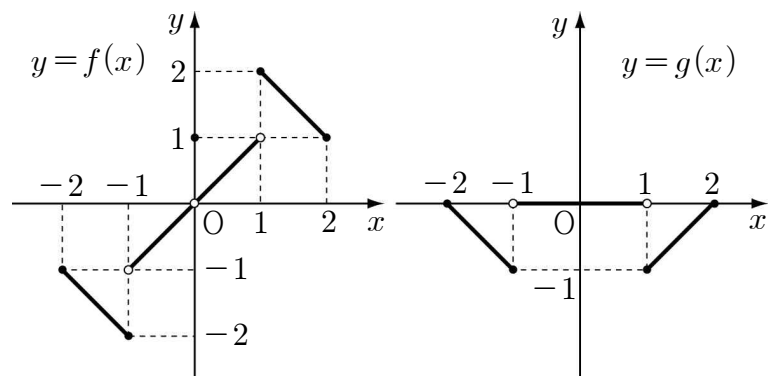
10. 표는 세 개의 주사위를 던져서 나온 눈의 수들 중에서 두 수의 차의 최댓값을 확률변수 X 라 할 때, 확률변수 X 의 확률분포표이다.

X	0	1	2	3	4	5	계
$P(X=x)$	$\frac{1}{36}$	a	$\frac{2}{9}$	b	$\frac{2}{9}$	$\frac{5}{36}$	1

이 때, 확률변수 $Y=12X+5$ 의 평균 $E(Y)$ 의 값은? [4점]

- ① 40 ② 44 ③ 48
④ 52 ⑤ 56

11. $-2 \leq x \leq 2$ 에서 정의된 두 함수 $y=f(x)$ 와 $y=g(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]



< 보기 >
 ㄱ. $\lim_{x \rightarrow -1} g(f(x)) = -1$
 ㄴ. 함수 $g(f(x))$ 는 $x=0$ 에서 연속이 아니다.
 ㄷ. 방정식 $g(f(x)) = -\frac{1}{2}$ 의 실근이 1과 2 사이에 적어도 하나 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. 두 실수 a, b 에 대하여 함수

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-a|x| - |x|^n + b}{|x|^n + 1}$$

가 모든 실수 x 에서 연속일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보기 >

- ㄱ. $a - b = 1$
- ㄴ. 함수 $f(x)$ 의 최솟값은 -1 이다.
- ㄷ. $a < 1$ 일 때, 함수 $f(x)$ 의 그래프는 x 축과 만나지 않는다.

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

13. 분산이 σ^2 인 정규분포를 따르는 모집단에서 크기 n 인 표본을 임의추출하여 모평균 m 을 추정한 후 신뢰구간의 길이를 구하고자 한다. 아래 표준정규분포표를 이용하여 구한 모평균 m 에 대한 신뢰도 79.6%의 신뢰구간의 길이가 l 이고, 모평균 m 에 대한 신뢰도 $\alpha\%$ 의 신뢰구간의 길이는 $2l$ 이다. 이 때, α 의 값은? [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.27	0.3980
1.69	0.4545
1.96	0.4750
2.54	0.4945
3.29	0.4995

- ① 87.3 ② 90.9 ③ 95.0
- ④ 98.9 ⑤ 99.9

14. 두 이차정사각행렬 A, B 가 $A+BA=2E$, $AB+BA=-A+B$ 를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

< 보기 >

- ㄱ. A^{-1} 이 존재한다.
 ㄴ. $(A+B)(A-B)=A^2-B^2$
 ㄷ. $A+B=4E$

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 연립부등식 $\begin{cases} |x|+2|y| \leq 4 \\ 2^n(y-x)+y \geq 1 \end{cases}$ 의 해 (x, y) 가 나타내는 영역의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? (단, n 은 자연수이다.) [4점]

- ① 8 ② 10 ③ 12
 ④ 14 ⑤ 16

16. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 이 $\begin{pmatrix} a_n & b_n \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^n$ 을 만족시킬 때,
 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [3점]

< 보기 >

$\neg. a_2 + b_2 = 17$
 $\neg. b_n = 3^n - 1$
 $\square. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n}{a_n} = 3$

- ① \neg ② \square ③ \neg, \neg
 ④ \neg, \square ⑤ \neg, \neg, \square

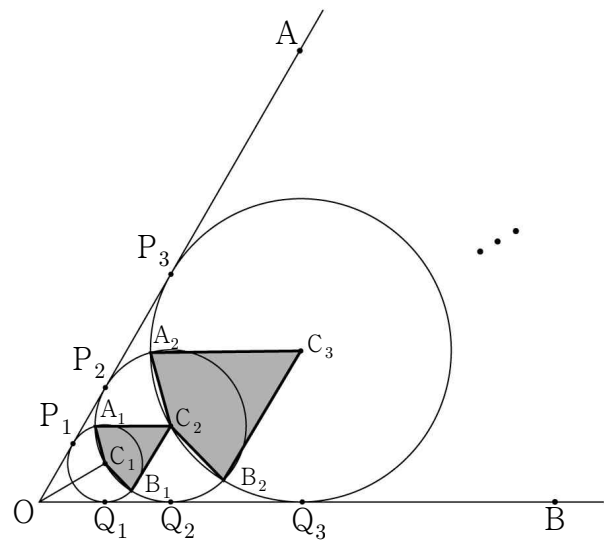
17. 그림과 같이 크기가 60° 인 $\angle AOB$ 의 이등분선 위에 $\overline{OC_1} = 2$ 인 점 C_1 을 잡아 점 C_1 을 중심으로 하고 반직선 OA와 OB에 접하는 원 C_1 을 그릴 때, 원 C_1 과 반직선 OA, OB와의 접점을 각각 P_1, Q_1 이라 하자.

점 C_1 을 지나고 반직선 OA와 OB에 접하는 두 원 중에서 큰 원의 중심을 C_2 , 원 C_2 와 반직선 OA, OB와의 접점을 각각 P_2, Q_2 라 하고, 원 C_1 과 원 C_2 가 만나는 점을 각각 A_1, B_1 이라 할 때, 사각형 $A_1C_1B_1C_2$ 의 넓이를 S_1 이라 하자.

점 C_2 를 지나고 반직선 OA와 OB에 접하는 두 원 중에서 큰 원의 중심을 C_3 , 원 C_3 과 반직선 OA, OB와의 접점을 각각 P_3, Q_3 이라 하고, 원 C_2 와 원 C_3 이 만나는 점을 각각 A_2, B_2 라 할 때, 사각형 $A_2C_2B_2C_3$ 의 넓이를 S_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 도형의 넓이를 S_n 이라 할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{4^n + 3^n}$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ $\frac{3}{8}$
 ④ $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ⑤ $\frac{\sqrt{15}}{8}$

단답형

18. $\sum_{k=0}^5 {}_5C_k \left(\frac{3}{8}\right)^k \left(\frac{13}{8}\right)^{5-k}$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)=2^{ax+b}$ 이 다음 두 조건을 모두 만족시킬 때, a^2+b^2 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

(가) $f\left(\frac{5}{2}\right)=2\sqrt{2}$

(나) 임의의 실수 x, y 에 대하여 $f(x+y)=2f(x)f(y)$ 이다.

20. 50원, 100원, 500원짜리 동전이 각각 3개씩 모두 9개가 들어 있는 지갑에서 동전 3개를 임의로 꺼낼 때, 꺼낸 모든 동전 금액의 합이 250원 이상일 확률을 $\frac{q}{p}$ 라 하자. 이 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

21. 연립부등식

$$\begin{cases} x^4 - 50x^2 + 49 \leq 0 \\ \frac{(x-5)(x+1)}{x-3} \geq 0 \end{cases}$$

를 만족시키는 모든 정수 x 의 합을 구하시오. [3점]

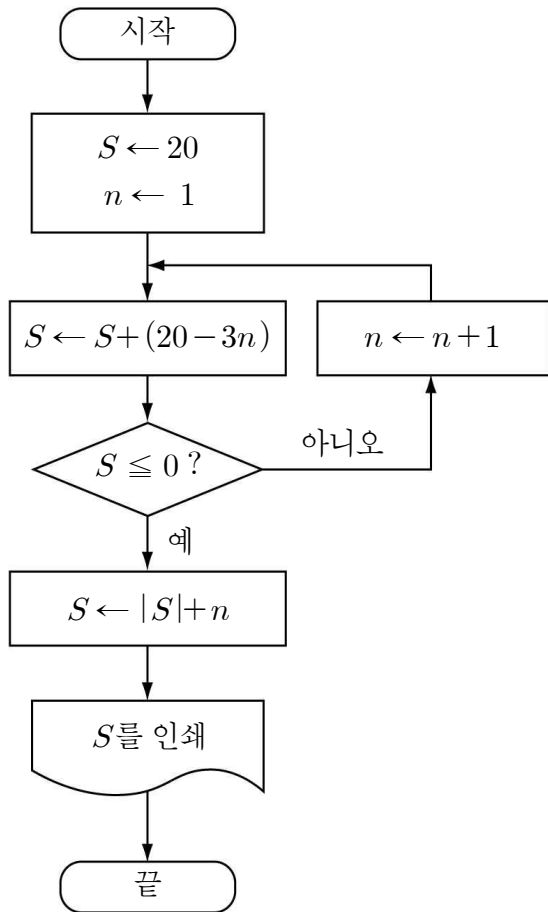
23. $\frac{1}{3} \leq x \leq 3$ 에서 정의된 함수 $f(x) = 9x^{-2+\log_3 x}$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M+m$ 의 값을 구하시오. [4점]

22. 최고차항의 계수가 1인 이차식 $f(x)$ 에 대하여 $f(7) = f(8) = 1$ 일 때,

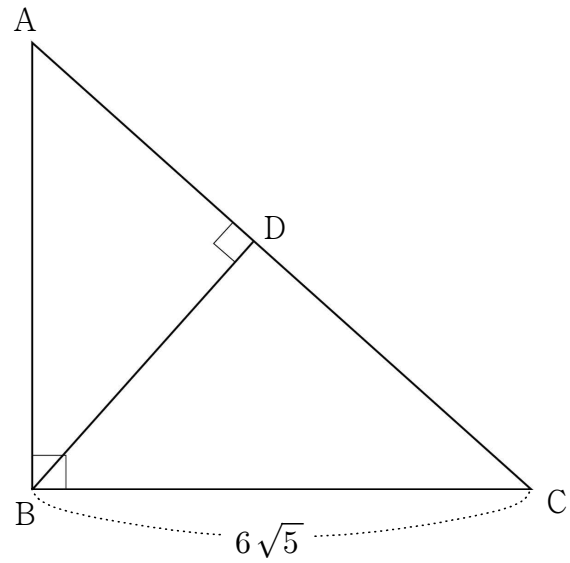
분수방정식 $\frac{1}{f(x)-1} - \frac{2}{\{f(x)\}^2-1} = \frac{1}{3}$ 을 만족시키는 모든

실수 x 의 곱을 구하시오. [4점]

24. 다음 순서도에서 인쇄되는 S 의 값을 구하시오. [3점]



25. 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 이고 선분 BC의 길이가 $6\sqrt{5}$ 인 직각 삼각형 ABC의 꼭짓점 B에서 빗변 AC에 내린 수선의 발을 D라 하자. 세 선분 AD, CD, AB의 길이가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, 선분 AC의 길이를 구하시오. [4점]



26번부터 30번까지는 선택과목 문항입니다. 선택한 과목의 문제를 풀기 바랍니다.

미분과 적분

26. $\cos\alpha = -\frac{1}{3}$, $\sin\beta = \frac{\sqrt{2}}{4}$ 일 때, $\cos(\alpha - \beta)$ 의 값은?

(단, $\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \pi$, $0 \leq \beta \leq \frac{\pi}{2}$) [3점]

- ① $\frac{3 - \sqrt{14}}{12}$ ② $\frac{-4 + \sqrt{14}}{12}$ ③ $\frac{4 - \sqrt{14}}{12}$
- ④ $\frac{-3 + \sqrt{14}}{12}$ ⑤ $\frac{3 + \sqrt{14}}{12}$

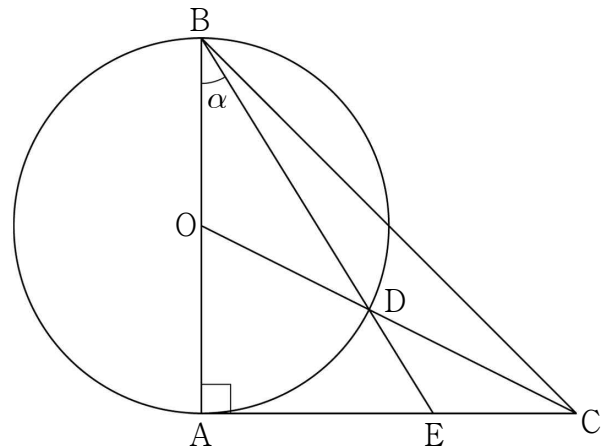
27. 폐구간 $[0, 2\pi]$ 에서 삼각방정식

$$(\sqrt{3}\sin x + \cos x)^2 - 2\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 0$$

의 모든 해의 합은? [3점]

- ① 4π ② $\frac{13}{3}\pi$ ③ $\frac{14}{3}\pi$
- ④ 5π ⑤ $\frac{16}{3}\pi$

28. 그림과 같이 \overline{BC} 를 빗변으로 하는 직각이등변삼각형 ABC 가 있다. \overline{AB} 의 중점을 O , \overline{AB} 를 지름으로 하는 원 O 와 \overline{OC} 와의 교점을 D , \overline{BD} 의 연장선과 \overline{AC} 의 교점을 E 라 하자. $\angle ABE = \alpha$ 라 할 때, $\tan\alpha$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{-1 + \sqrt{2}}{2}$ ② $\frac{-1 + \sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$
- ④ $\frac{-1 + \sqrt{6}}{2}$ ⑤ $\frac{-1 + \sqrt{7}}{2}$

29. $0 \leq x \leq \pi$ 에서 삼각방정식 $\cos x + \cos 2x = 2\cos \frac{3}{2}x$ 를 만족

시키는 모든 해의 합은? [3점]

- ① $\frac{4}{3}\pi$ ② $\frac{5}{3}\pi$ ③ 2π
 ④ $\frac{7}{3}\pi$ ⑤ $\frac{8}{3}\pi$

단답형

30. $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, $\sin \beta = \frac{5}{13}$ 일 때, $\tan\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) = \frac{q}{p}$ 라 하자. 이 때,
 $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$, $0 \leq \beta \leq \frac{\pi}{2}$ 이고,
 p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

※ 확인사항

문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

확률과 통계

26. 그림은 어떤 자료의 십의 자리의 수를 줄기로, 일의 자리의 수를 앞으로 하여 만든 줄기와 잎 그림을 나타낸 것이다.

줄기	잎
3	5 6 8
4	3 4 4 6 7 7 7 8
5	2
6	1 2 6 7
7	5
8	3
9	2 7

위 자료의 중앙값과 최빈값의 합은? [3점]

- ① 94 ② 94.5 ③ 95
- ④ 95.5 ⑤ 96

27. 표는 어느 회사원 갑의 평정 점수를 구하기 위해서 영역별 평가 점수를 나타낸 것이다.

구분	자기평가 점수	동료평가 점수	외부평가 점수	평정 점수
갑	80	x	y	

이 회사는 자기평가 점수, 동료평가 점수, 외부평가 점수에 차례로 25%, 50%, 25%의 가중치를 적용한 가중평균을 평정 점수로 한다. 갑의 평정 점수가 90점 이상일 때, $x+y$ 의 최솟값은? (단, 영역별 평가 점수의 만점은 100점이다.) [3점]

- ① 170 ② 175 ③ 180
- ④ 185 ⑤ 190

28. 표는 어느 고등학교 학생 600명의 수학 점수에 대한 누적 상대도수의 분포표이고 도수와 누적상대도수의 일부가 보이지 않는다.

점수	도수	누적상대도수
0 이상 ~ 20 미만		0.12
20 ~ 40		0.38
40 ~ 60	216	
60 ~ 80	120	
80 ~ 100		1

위 누적상대도수의 분포표에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [3점]

< 보 기 >

ㄱ. 계급값이 30인 구간의 도수는 228이다.

ㄴ. 계급값이 50인 구간의 상대도수는 0.36이다.

ㄷ. 계급값이 70인 구간의 누적상대도수는 0.94이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

29. 표는 학생 수가 30명인 A학급에서 남학생과 여학생의 수학 과목 수행 평가 한 영역 점수에 대한 평균과 분산을 나타낸 것이다.

구분	평균	분산
남학생	4	4
여학생	7	6

A학급 전체 학생에 대한 이 영역 점수의 평균이 5일 때, 분산은? [4점]

- ① $\frac{14}{3}$ ② $\frac{16}{3}$ ③ $\frac{17}{3}$
 ④ $\frac{19}{3}$ ⑤ $\frac{20}{3}$

단답형

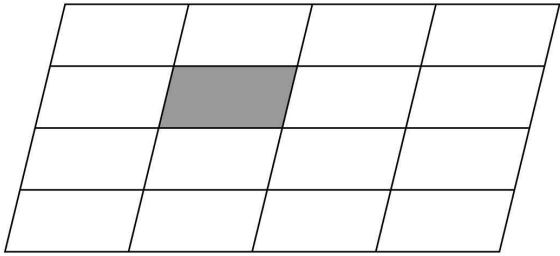
30. 어느 학급의 남학생과 여학생을 대상으로 일주일 동안의 인터넷 사용시간을 조사하였더니 남학생, 여학생, 전체 학생에 대한 인터넷 사용시간의 평균이 각각 10시간, 6시간, 8.5시간이었다. 이 학급의 남학생 수와 여학생 수의 비가 $p:q$ 일 때, p 와 q 의 곱을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

※ 확인사항

문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

이산수학

26. 그림은 평행사변형의 각 변을 4등분하여 얻은 도형이다. 이 도형의 선들로 만들 수 있는 평행사변형 중에서 색칠한 부분을 포함하는 평행사변형의 개수는? [3점]



- ① 24 ② 30 ③ 36
④ 42 ⑤ 48

27. ${}_{10}C_0 + {}_{10}C_2 + {}_{10}C_4 + {}_{10}C_6 + {}_{10}C_8 + {}_{10}C_{10}$ 의 값은? [3점]

- ① 64 ② 128 ③ 256
④ 512 ⑤ 1024

28. 길이가 1인 같은 모양의 성냥개비 20개를 모두 사용하여 하나의 삼각형을 만들려고 한다. 삼각형의 세 변을 이루는 성냥개비의 개수를 각각 $x, y, z(x \geq y \geq z)$ 라 할 때, 만들 수 있는 서로 다른 삼각형의 개수는? [4점]

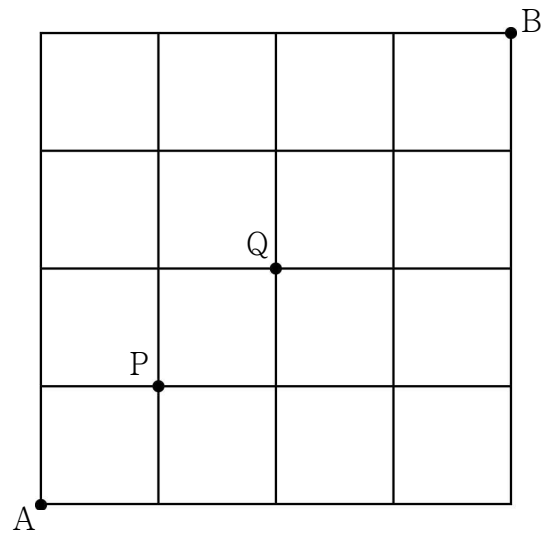
- ① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

29. 자연수 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8에서 어느 두 수의 합도 9가 되지 않는 서로 다른 4개의 수를 뽑아 네 자리의 자연수를 만들려고 한다. 이 때, 만들 수 있는 네 자리의 자연수의 개수는? [4점]

- ① 384 ② 424 ③ 464
- ④ 504 ⑤ 544

단답형

30. 그림과 같이 직사각형으로 이루어진 도로망이 있다. A지점에서 B지점까지 최단거리로 갈 때, P와 Q 두 지점을 모두 지나는 경로의 수를 구하시오. [3점]



※ 확인사항

문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.